



Risk Research Paper Series No. 4

Diskussion alternativer Ansätze zur Modellierung der Assetkorrelationen in Kreditportfoliomodellen

Hintergrund

Kreditportfoliomodelle stellen wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle zur Ermittlung der Verlustverteilung eines Portfolios ausfallgefährdeter Finanzpositionen dar. Basierend auf den geschätzten Verlustverteilungen lässt sich das Portfoliorisiko über Risikokennzahlen wie den Value-at-Risk¹ quantifizieren und steuern. Spätestens seit der Veröffentlichung der heute weit verbreiteten Standardmodelle CreditMetrics durch J.P. Morgan² und CreditRisk⁺ durch Credit Suisse Financial Products³ im Jahr 1997 haben Kreditportfoliomodelle weite Verbreitung im internen Risikomanagement von Banken gefunden. Ausgehend von diesen Modellen lässt sich in den letzten Jahren ein verstärkter Trend zu Eigenentwicklungen beobachten. Auch wenn die hinter den verschiedenen Modellen stehende Modelltheorie unterschiedlich ist, führen die bekannten Industriemodelle – zumindest bei geringen Korrelationshöhen – bei konsistenter Parametrisierung zu vergleichbaren Ergebnissen.⁴

Bezüglich der Parametrisierung von Kreditportfoliomodellen stellte die Deutsche Bundesbank 2013 fest:⁵

„Für viele Institute ist das größte Hindernis auf dem Weg zu einer sachgerechten Modellanwendung nach wie vor die Datenbasis. Am weitesten fortgeschritten ist die Mehrheit der deutschen Institute bei der Schätzung der auch aus dem auf internen Ratings basierenden Ansatz (IRBA) bekannten Parameter wie Ausfallwahrscheinlichkeiten und Verlustquoten bei Ausfall. Die größte Herausforderung besteht aber wegen der erforderlichen Länge der Zeitreihen immer noch bei der Bestimmung der Korrelationsparameter, insbesondere wenn diese aus Ausfalldaten geschätzt werden sollen.“

Diese Aussage hat bis heute nicht an Aktualität verloren, noch immer stellt die Schätzung der Korrelationsparameter die größte Herausforderung der Kreditportfoliomodellierung dar. Dies ist umso problematischer, als die geschätzten Verlustverteilungen sehr sensitiv auf die Höhe der Korrelationsparameter reagieren. Exemplarisch stellt Abbildung 1 die resultierenden Verlustverteilungen des klassischen Einfaktormodells für ein Portfolio von 1.000 Schuldnern mit einer homogenen PD i.H.v. 10% und LGDs sowie EADs i.H.v. 1 für alternative Assetkorrelationswerte dar (Default-Mode-Sichtweise):

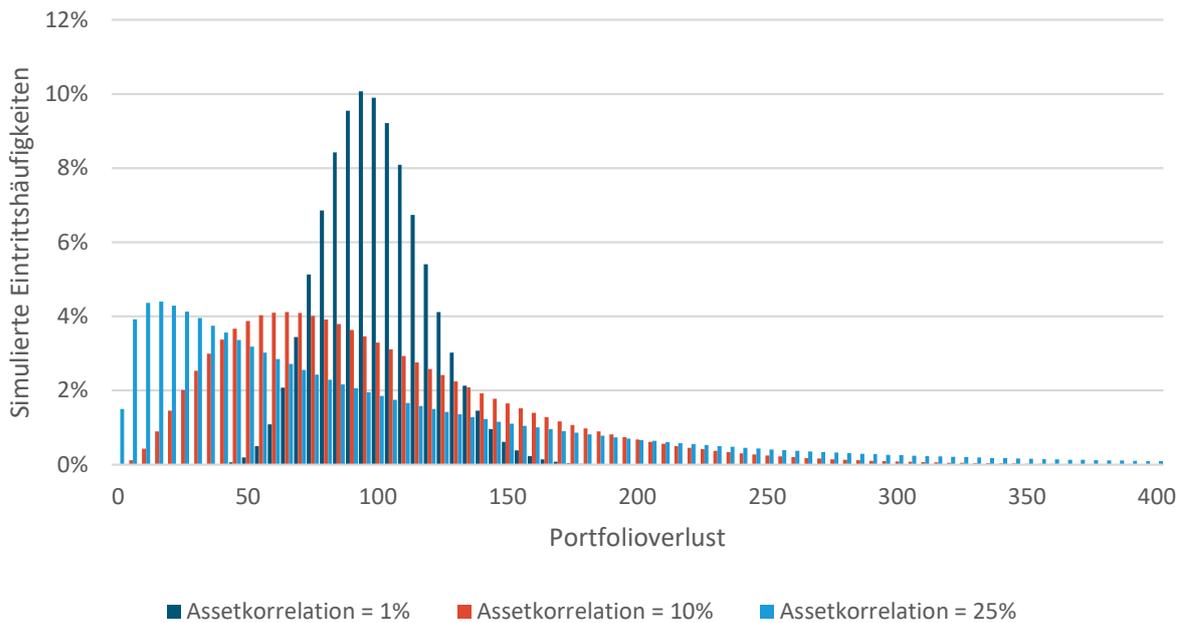


Abbildung 1: Sensitivität der Verlustverteilung (Verteilung trunziert bei 400)

Während der erwartete Verlust unabhängig von der Korrelationshöhe stets $\sum_i PD_i * LGD_i * EAD_i = 1.000 * 10\% = 100$ beträgt, unterscheiden sich die resultierenden Verlustverteilungen bereits optisch deutlich. Steigende Assetkorrelationen bewirken im Vergleich zum Fall der Unabhängigkeit sowohl höhere gemeinsame Ausfallwahrscheinlichkeiten als auch höhere gemeinsame Nichtausfallwahrscheinlichkeiten, so dass die Varianz des Portfolioverlusts ansteigt. Der Value-at-Risk zum 99%-Niveau erhöht sich für das Beispielportfolio in der Simulationsstudie von 152 (Assetkorrelation = 1%) über 284 (Assetkorrelation = 10%) auf 447 (Assetkorrelation = 25%).

Markt- vs. ausfalldatenbasierte Korrelationsschätzung

Umso bemerkenswerter ist, dass sich in der Bankenlandschaft auch mehr als 20 Jahre nach der Etablierung von Kreditportfoliomodellen kein wirklicher Marktstandard bzgl. der Modellierung von Korrelationen etabliert hat. Da die direkte Modellierung der eigentlich im Fokus stehenden Ausfallkorrelationen nicht möglich ist, weil der gemeinsame Ausfall zweier Schuldner *i* und *j* ein irreversibles Ereignis darstellt und zur direkten Schätzung mehrere Replikationen des Ausfallereignisses notwendig wären, muss in der Praxis auf eine indirekte Modellierung zurückgegriffen werden. Dabei werden häufig die Assetkorrelationen geschätzt, d.h. die Korrelationen der – zunächst einmal nur für Unternehmen und Finanzinstitute existierenden – Unternehmenswertrenditen. Durch die Modellierung einer Abhängigkeit der Unternehmenswertrenditen zweier Schuldner von einem gemeinsamen systematischen Risikofaktor sind auch die beiden Unternehmenswertrenditen selbst korreliert:

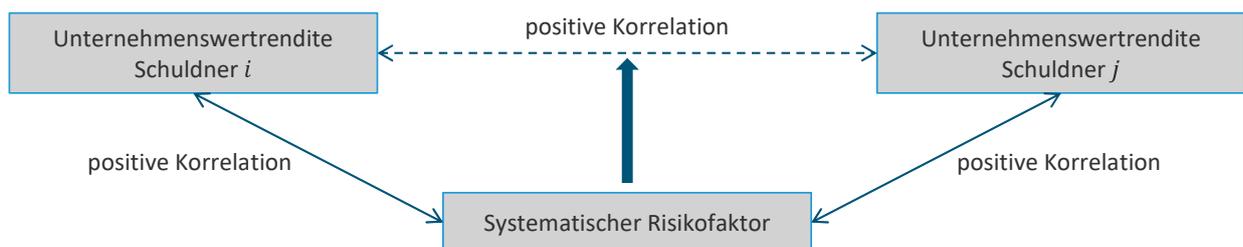


Abbildung 2: Veranschaulichung der Abhängigkeitsstruktur

Bzgl. der Schätzmethodik können grundsätzlich zwei alternative Ansätze unterschieden werden: Die Schätzung von Assetkorrelationen aus Marktdaten oder aus Ausfalldaten. Der Schätzung aus Marktdaten liegen Aktienkursrenditen⁶ zugrunde, der Schätzung aus Ausfalldaten optimalerweise bankinterne Ausfallzeitreihen, möglich ist aber auch ein Rückgriff auf repräsentative externe Ausfallzeitreihen. Die Modellerschätzung aus Ausfalldaten ermittelt bspw. über die in der PD-Modellierung verbreiteten statistischen Defaultmodelle (Logit-/Probitmodelle) mit zeitspezifischem systematischem Risikofaktor implizit diejenige Assetkorrelation, die am besten mit den beobachteten Ausfallmustern in

Einklang steht. Auch wenn sich beide Ansätze auf den ersten Blick theoretisch rechtfertigen lassen, führen sie in der Praxis in der Regel zu deutlich unterschiedlichen Korrelationsschätzungen und damit zu völlig anderen Risikobeurteilungen. Während aus Marktdaten geschätzte Assetkorrelationen häufig im Bereich zwischen 30% und 60% liegen, führen Assetkorrelationsschätzungen auf Basis von Ausfalldaten in der Regel zu deutlich niedrigeren Werten, häufig sogar im unteren einstelligen Prozentbereich. Es stellt sich daher die Frage, welche Methodik sich besser zur Schätzung von Assetkorrelationen im Rahmen der Kreditportfoliomodellierung eignet.

	Marktdaten: Asset-Value-Modell	Ausfalldaten: Statistisches Defaultmodell mit systematischem Risikofaktor
Vorgehen	<ul style="list-style-type: none"> – Schätzung der Korrelationen aus Aktienkursrenditen – Modellierung der Korrelation i.d.R. unabhängig vom PD-Modell 	<ul style="list-style-type: none"> – Schätzung aus bankinternen Ausfallzeitreihen, die auch der PD-Modellierung zugrunde liegen – Alternative Daten: repräsentative externe Ausfallzeitreihen
Anwendbarkeit	<ul style="list-style-type: none"> – Börsennotierte Schuldner 	<ul style="list-style-type: none"> – Beliebige Schuldnerklassen
Ergebnis	<ul style="list-style-type: none"> – Assetkorrelation i.d.R. im Bereich zwischen 30% und 60% 	<ul style="list-style-type: none"> – Assetkorrelation i.d.R. deutlich unter 20%

Abbildung 3: Übersicht alternativer Modellierungsansätze

Vorteile der Nutzung von Marktdaten

Der größte Vorteil der Nutzung von Marktdaten liegt – im Segment der börsennotierten Unternehmen und Finanzinstitute – in der deutlich höheren Datenverfügbarkeit. Während historische Ausfallereignisse insbesondere in Low-Default-Portfolios wie bspw. für die genannten Schuldnerklassen seltene Ereignisse darstellen und zudem bei der Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten in der Regel pro Schuldner nur ein jährlicher Datenpunkt nutzbar ist, liegen Aktienrenditen in großer Zahl und mit beliebigen Zeitintervallen vor. Selbst wenn in einem Portfolio historisch überhaupt keine Ausfälle beobachtet wurden und daher eine Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten nicht möglich ist, können Marktdaten zur Korrelationsschätzung herangezogen werden. Demgegenüber steht jedoch u.a. die ggf. eingeschränkte Datenrepräsentativität, auf die unten noch separat eingegangen wird.

Düllmann et al. (2008)⁷ kommen zu dem Ergebnis, es sei grundsätzlich empfehlenswert, Aktienrenditen für die Schätzung zu verwenden, da die statistischen Fehler in diesem Fall geringer sind. Die hohe Datenverfügbarkeit und damit einhergehend der geringere Schätzfehler sind jedoch nur dann vorteilhaft, wenn die Aktienrenditekorrelationen auch das Ausfallverhalten der Schuldner adäquat abbilden, d.h. den Wert für die Assetkorrelationen weder unter- noch überschätzen. Die Ausführungen im Folgenden lassen jedoch Zweifel an der Eignung der marktdatenbasierten Schätzung von Assetkorrelationen aufkommen.

Schwächen der Nutzung von Marktdaten

Bei Gültigkeit der i.d.R. hohen Schätzwerte für die Assetkorrelationen auf Basis des Aktienmarktes müssten entsprechend hohe Schwankungen der Ausfallraten im Zeitablauf resultieren. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Frage beleuchtet: Wie stark müssten die empirischen Ausfallraten der Bankportfolios schwanken, wenn die aus Marktdaten geschätzten Assetkorrelationen den „wahren“ Korrelationen entsprechen? Hierzu wird ein praxisnahes Beispielfortfolio (1.000 Schuldner, homogene PD i.H.v. 1%) betrachtet. Für dieses Beispielfortfolio werden Ausfallzeitreihen bei unterstellter Assetkorrelation i.H.v. 5% sowie i.H.v. 40% für 100 fiktive Jahre simuliert. Die simulierten Ausfallraten können Abbildung 4 entnommen werden:

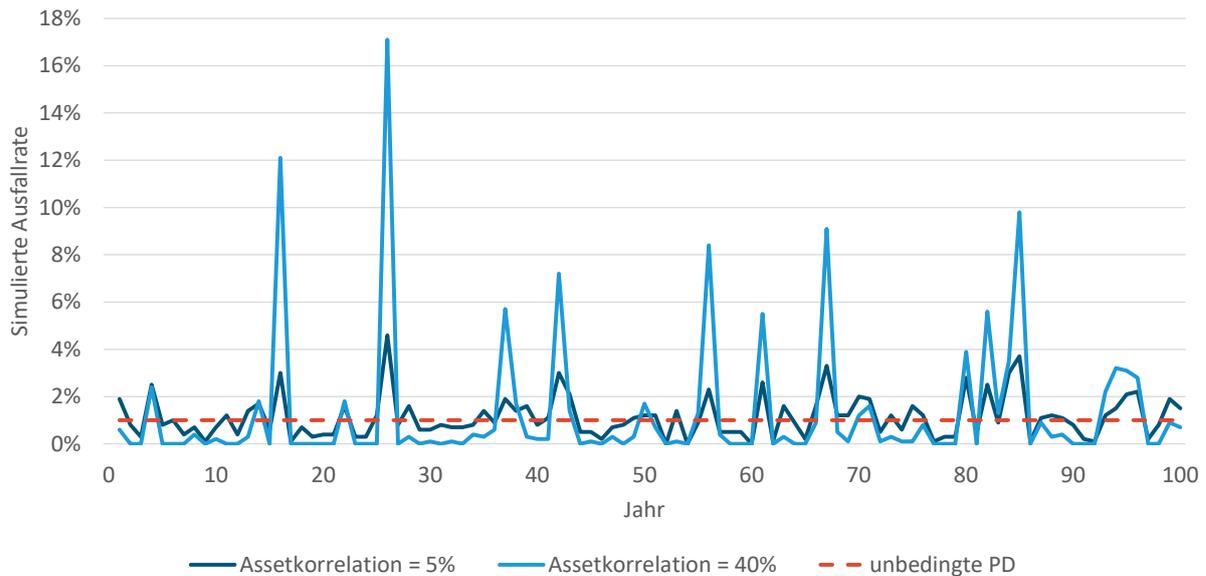


Abbildung 4: Simulierte Ausfallraten

Die dunkelblaue Linie gibt den simulierten Ausfallratenverlauf auf Basis einer Assetkorrelation von 5% wieder. Diese Korrelationshöhe ist vergleichbar mit empirisch ermittelten Korrelationswerten, die auf Basis von bankinternen Ausfallzeitreihen – insbesondere im Retail- und Corporates-Segment – typischerweise resultieren. Die simulierte Schwankungsbreite entspricht somit auch der Schwankung, die man in vergleichbaren realen Portfolios beobachten kann. Die maximale Ausfallrate beträgt auf Basis des simulierten Zeitraums 4,6%. Der hellblaue Ausfallratenverlauf basiert dagegen auf einer unterstellten Assetkorrelation i.H.v. 40%. Dieser Wert liegt im Bereich der üblichen Korrelationsschätzwerte auf Basis der Daten des Aktienmarktes. Hier beträgt die simulierte Ausfallrate ausgehend von einer unbedingten Ausfallwahrscheinlichkeit i.H.v. 1% in durchschnittlich jedem zehnten Jahr mehr als 5%, das Maximum in der Simulation beträgt 17,1%. Es wird deutlich, dass eine Assetkorrelation von 40% zu Schwankungen der Ausfallraten führen müsste, die in der Praxis in aller Regel nicht beobachtet werden. Die Konsistenz der Assetkorrelationsschätzungen mit den implizierten Schwankungen der Ausfallraten sollte jedoch unabhängig von der Schätzmethode stets sichergestellt sein.

Diese Beobachtung ist vermutlich u.a. darauf zurückzuführen, dass die Aktienrenditekorrelationen neben der Gleichläufigkeit der (wahren, nicht beobachtbaren) Unternehmenswerte noch viele weitere Komponenten berücksichtigen, nicht zuletzt das Verhalten der Anleger. Insbesondere das Phänomen des Herdenverhaltens auf Kapitalmärkten trägt dazu bei, dass die aus Marktdaten abgeleiteten Assetkorrelationen den Gleichlauf der Unternehmenswertrenditen und damit das wahre Ausfallrisiko überschätzen.

Neben der grundsätzlichen Problematik der Überschätzung des Korrelationsniveaus ergeben sich noch weitere Aspekte:

- Die Asset-Value-Modelle, die der Schätzung von Assetkorrelationen aus Marktdaten zu Grunde liegen, basieren bzgl. der Modelltheorie auf Unternehmenswertrenditen, die sowohl das Eigen- als auch das Fremdkapital berücksichtigen. Aktienkursrenditen bilden dagegen nur die Eigenkapitalseite ab, ihre häufige Verwendung in der Praxis ist allein der Datenverfügbarkeit geschuldet. Durch dieses Vorgehen sind die Assetkorrelationsschätzungen jedoch möglicherweise verzerrt.

- Die auf Basis von Aktienrenditen geschätzten Assetkorrelationen schwanken bei Betrachtung unterschiedlicher Zeitfenster (Tages-, Wochen-, Monats- oder Jahresrenditen) bzw. Zeitreihenlängen teilweise deutlich. Es ist unklar, welches Zeitfenster gewählt werden sollte, so dass mit der Wahl eines bestimmten Zeitfensters weitere Unsicherheit verbunden ist.
- Die Schätzung von Assetkorrelationen ist für einige Bankportfolios nicht (z.B. Retail) bzw. nur unter sehr zweifelhaften Repräsentativitätsannahmen möglich (z.B. für nicht börsennotierte Corporates). Bei simultaner Verwendung beider Korrelationsphilosophien in einem Institut erfolgt jedoch eine implizite „Bestrafung“ von Portfolios, deren Korrelationswerte auf Basis von Aktienmarktdaten geschätzt werden, was zu einer Verzerrung der Risikomessung führt.
- In aller Regel erfolgt keine Berücksichtigung des Zusammenspiels von PD- und Korrelationsschätzungen: Bereits im PD-Modell integrierte makroökonomische Informationen werden ggf. durch die Korrelation im Kreditportfoliomodell nochmals berücksichtigt (Double Counting), womit das Portfoliorisiko überschätzt wird.

Vorteile der Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten

Der größte Vorteil der Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten besteht in der höheren Repräsentativität der Datengrundlage, insbesondere für sämtliche nicht börsennotierte Schuldner. Im Gegensatz zur Nutzung von Marktdaten sind bei der Nutzung von Ausfalldaten keine entsprechenden Annahmen erforderlich. Sofern das Portfolio strukturell unverändert geblieben ist, können die aus Ausfalldaten geschätzten Assetkorrelationen als repräsentativ angesehen werden, andernfalls lassen sich meist repräsentative Subsamples bilden. Insbesondere lassen sich auf Basis von Ausfalldaten auch für den Retailbereich Assetkorrelationen schätzen, für den keinerlei Marktdaten zur Verfügung stehen.

Weiterhin stehen die aus Ausfallzeitreihen gewonnenen Schätzergebnisse per constructionem im Einklang mit der empirischen Schwankungsrate der historischen Ausfallraten, vgl. hierzu auch die Simulationsstudie in Abbildung 4.

Zudem erlaubt eine simultane Modellierung von PD und Assetkorrelationen eine konsistente Modellierung des gesamten Ausfallrisikos, bereits durch das PD-Modell erklärte zyklische Schwankungen werden nicht zusätzlich in den Assetkorrelationen berücksichtigt.⁸ Eine separate Modellierung birgt stets die Gefahr einer Überschätzung des Portfoliorisikos.

Schwächen der Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten

Auch die Korrelationsschätzung aus Ausfallzeitreihen ist jedoch mit Schwächen verbunden. Wie bereits ausgeführt, stellt das größte Problem die Datenverfügbarkeit dar. In der Regel kann pro Schuldner und Jahr mit dem jeweiligen Ausfallindikator nur ein einziger Datenpunkt generiert werden. Aus diesem Grund ist die Datenbasis teilweise wenig robust und die Schätzung mit größeren Unsicherheiten behaftet. Während in Retail- oder KMU-Portfolios zumindest im Querschnitt häufig viele Ausfallereignisse beobachtet werden können, stellt auch in diesen Portfolios teilweise die Länge der verfügbaren Ausfallzeitreihe einen limitierenden Faktor bei der Korrelationsschätzung aus Ausfalldaten dar. Bei kurzen Zeitreihenlängen ist die Assetkorrelationsschätzung mit größerer Unsicherheit behaftet

und systematisch nach unten verzerrt, d.h. das Risiko wird tendenziell unterschätzt. Dem kann jedoch durch entsprechende Korrekturen oder die Wahl von oberen Konfidenzintervallgrenzen anstelle der Verwendung von Punktschätzern begegnet werden.

Ebenfalls erwähnenswert ist, dass sich nur dann Assetkorrelationen aus Ausfallzeitreihen schätzen lassen, wenn auch historische Ausfallereignisse beobachtet werden konnten. In No-Default-Portfolios ist eine Korrelationsschätzung daher nicht möglich, in Low-Default-Portfolios nur eingeschränkt. In den letztgenannten Fällen sind somit geeignete repräsentative (externe) Datenquellen zu identifizieren.

Fazit

Sowohl die Modellierung von Assetkorrelationen aus Marktdaten als auch aus Ausfalldaten ist mit Herausforderungen für die Bankpraxis verbunden. Allerdings scheinen die Korrelationsschätzungen auf Basis von Marktdaten die „wahren“, aber unbekanntem Assetkorrelationen in aller Regel deutlich zu überschätzen. Bei Gültigkeit der hohen Assetkorrelationsschätzungen auf Basis von Marktdaten müssten die empirischen Ausfallraten der bankinternen Portfolios deutlich stärker schwanken, als dies tatsächlich beobachtet wird. Auch die bei der PD-Validierung jährlich durchzuführenden Kalibrierungstests – oftmals mit Unabhängigkeitsannahme – würden deutlich häufiger eine Fehlkalibrierung anzeigen müssen. Das wahre Ausfallrisiko wird durch diese Korrelationsmethodik offenbar deutlich überschätzt. Über statistische Tests lässt sich die Unvereinbarkeit der aus Marktdaten ermittelten Assetkorrelationen mit empirischen Ausfallratenverläufen nachweisen. Aus diesem Grund erscheint die Schätzung der Assetkorrelationen auf Basis von Ausfalldaten trotz der teilweise hohen Schätzunsicherheit zielführender.

Jenseits der konkreten Modellierung sollte die Assetkorrelationsschätzung jedoch im Rahmen von Modellrisikoanalysen in jedem Fall umfassend analysiert werden, die Grenzen und Beschränkungen der Modelle sind transparent zu machen und ggf. über eine Sicherheitsmarge zu adressieren. Gerne unterstützt Sie Risk Research bei einem Review der Parametrisierung Ihres Kreditportfoliomodells, einem Benchmarking der Ergebnisse über ein Challenger-Modell oder einer Adjustierung der Methodik. Sprechen Sie uns an!

Ihre Ansprechpartner:



Dr. Michael Knapp | Geschäftsführer/Partner
Telefon: +49 (0)941 899664 31
E-Mail: michael.knapp@risk-research.de



Dr. Birker Winterfeldt | Senior Manager
Telefon: +49 (0)941 899664 33
E-Mail: birker.winterfeldt@risk-research.de

- ¹ Der Value-at-Risk (VaR) zum Niveau α eines Kreditportfolios ist definiert als der größte Verlust, der mit einer Wahrscheinlichkeit von α nicht überschritten wird. Damit entspricht der α -VaR dem α -Quantil der Verlustverteilung.
- ² Gupton, G.M./Finger, C.C./Bhatia, M. (1997): Credit Metrics – Technical Document, Morgan Guaranty Trust Company, New York.
- ³ Credit Suisse First Boston International (1997): CreditRisk+ – A Credit Risk Management Framework, London.
- ⁴ Hamerle, A./Rösch, D. (2006): Parameterizing Credit Risk Models, Journal of Credit Risk 2(4), 101-122.
- ⁵ Deutsche Bundesbank (2013): Bankinterne Methoden zur Ermittlung und Sicherstellung der Risikotragfähigkeit und ihre bankaufsichtliche Bedeutung, in: Monatsbericht März 2013.
- ⁶ Alternativ finden bspw. auch CDS-Spreads Verwendung.
- ⁷ Düllmann, K./Küll, J./Kunisch, M. (2008): Estimating asset correlations from stock prices or default rates – which method is superior?, Deutsche Bundesbank Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Studies No 04/2008.
- ⁸ Hamerle, A./Liebig, T./Rösch, D. (2003): Credit Risk Factor Modeling and the Basel II IRB Approach, Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Supervision, No. 02/2003, Deutsche Bundesbank.